

Исследование гальванометра

_____, _____ группа
"___" _____ 20__ г.

I. Аннотация

В работе исследуются свойства баллистического гальванометра в различных режимах. В первой части определяется динамическая постоянная при работе в стационарном режиме. Во второй части определяется критическое сопротивление гальванометра в стационарном режиме. В третьей части находятся баллистическая постоянная и критическое сопротивление прибора, работающего в баллистическом режиме.

II. Теоретические сведения

A. Устройство баллистического гальванометра

Баллистический гальванометр - это измерительный прибор, отличающийся высокой чувствительностью к току и большим периодом колебаний подвижной системы.

Главной частью баллистического гальванометра является подвешенная вертикально рамка в поле постоянного магнита. Вырез цилиндрической формы в полюсах магнита и ферромагнитный цилиндр на оси делают поле в зазоре радиальным. Для измерения угла поворота рамки служит прикрепленное к ней зеркало.

Баллистический гальванометр позволяет измерять как постоянный ток в стационарном режиме, так и прошедший через него за короткое время заряд в баллистическом режиме.

B. Уравнение движения рамки

На рамку в магнитном поле действуют следующие моменты сил: момент со стороны закрученной нити подвеса, момент магнитных сил и тормозящий момент, складывающийся из силы сопротивления воздуха и магнитного торможения из-за возникающих вихревых токов.

Момент силы кручения нити пропорционален углу отклонения рамки от положения равновесия:

$$M_{кр} = -D\varphi \quad (1)$$

Здесь D - момент кручения нити, φ - угол отклонения нити от положения равновесия.

Если рамка с площадью витка S с числом витков N , через которую течет ток I , помещена в магнитное поле с индукцией B , то на рамку действует момент сил (с учетом радиальности поля в зазоре):

$$M_{тока} = BSN I \quad (2)$$

Тормозящий момент складывается из моментов сил электромагнитного торможения и сил трения о воздух.

В движущейся в магнитном поле рамке наводится ЭДС индукции

$$\varepsilon_{инд} = -2lBNr\dot{\varphi} = -BSN\dot{\varphi} \quad (3)$$

$$I_{инд} = -\frac{BSN\dot{\varphi}}{R_{\Sigma}} \quad (4)$$

Тормозящий момент равен

$$M_{торм} = BSN I_{инд} = -\frac{(BSN)^2}{R_{\Sigma}} \dot{\varphi} \quad (5)$$

Обычно этот момент значительно больше момента механических сил трения, поэтому последним пренебрежем.

Уравнение движения рамки записывается так:

$$J\ddot{\varphi} = M_{кр} + M_{тока} + M_{торм} \quad (6)$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{(BSN)^2}{JR_{\Sigma}} \dot{\varphi} + \frac{D}{J} \varphi = \frac{BSNI}{J} \quad (7)$$

Введем обозначения

$$2\gamma = \frac{(BSN)^2}{JR_{\Sigma}} \quad (8)$$

$$\omega_0^2 = \frac{D}{J} \quad (9)$$

$$K = \frac{BSNI}{J} \quad (10)$$

Уравнение движения принимает вид

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = KI \quad (11)$$

Величина γ называется коэффициентом затухания, а ω_0 - собственной частотой колебаний.

C. Режим измерения постоянного тока

В установившемся режиме при постоянном токе I $\varphi = const$. Угол поворота рамки находится из 11:

$$\varphi = \frac{K}{\omega_0^2} I = \frac{BSNI}{D} I = \frac{I}{C_I} \quad (12)$$

Величина C_I называется динамической постоянной гальванометра.

$$C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{D}{BSNI} \quad (13)$$

Д. Свободные колебания рамки

Исследуем движение рамки в отсутствие внешнего тока. Заметим, что именно такое движение происходит в режиме измерения заряда после того, как весь заряд прошел через гальванометр и ток стал равным нулю. Поэтому будем исследовать это движение со следующими начальными условиями:

$$\varphi(0) = 0 \quad (14)$$

$$\dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0 \quad (15)$$

Уравнение движения рамки

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad (16)$$

является линейным однородным уравнением. При $\lambda_1 \neq \lambda_2$ его решения записываются в виде

$$\varphi(t) = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}, \quad (17)$$

где

$$\lambda_{1,2} = -\gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}. \quad (18)$$

$$\varphi(t) = e^{-\gamma t} \cdot (A_1 e^{\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t} + A_2 e^{-\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t}) \quad (19)$$

Или, в соответствии с 14,

$$\varphi(t) = A e^{-\gamma t} \cdot (e^{\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t} - e^{-\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t}) \quad (20)$$

Характер решения разный в случаях $\gamma > \omega_0$, $\gamma = \omega_0$ и $\gamma < \omega_0$. Рассмотрим их по отдельности.

1) $\gamma > \omega_0$

В этом случае показатель экспоненты действительный, и

$$\varphi(t) = 2A e^{-\gamma t} \sinh(\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t) \quad (21)$$

Пользуясь начальным условием 15, получим

$$\dot{\varphi}_0 = 2A \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \quad (22)$$

$$\varphi(t) = \frac{\dot{\varphi}_0 e^{-\gamma t} \sinh(\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t)}{\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}} \quad (23)$$

В этом случае движение представляет собой рост до максимума и дальнейшее затухание без каких-либо колебаний.

2) $\gamma = \omega_0$

Решение уравнения движения в этом случае можно записать в виде

$$\varphi(t) = A_1 e^{-\omega_0 t} + A_2 t e^{-\omega_0 t} \quad (24)$$

После подстановки начальных условий:

$$\varphi(t) = A t e^{-\omega_0 t} = \dot{\varphi}_0 t e^{-\omega_0 t} \quad (25)$$

Этот случай похож на первый тем, что колебаний не наблюдается. Такой режим колебаний называется критическим затуханием.

3) $\gamma < \omega_0$

Показатели экспоненты мнимые, но после раскрытия по формуле Эйлера и подстановки начальных условий получается выражение

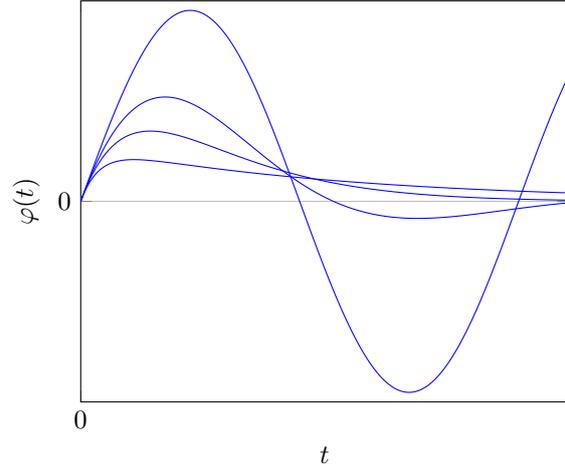
$$\varphi(t) = \frac{\dot{\varphi}_0 e^{-\gamma t} \sin \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} t}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} \quad (26)$$

Движение является затухающими колебаниями.

На графике представлены зависимости $\varphi(t)$ в условных единицах для одинаковых ω_0 и $\dot{\varphi}_0$ и

$$\frac{\gamma}{\omega_0} \in \{0; 0.5; 1; 2\}$$

График $\varphi(t)$ в разных режимах



Е. Режим измерения заряда

Если проинтегрировать уравнение движения за очень короткий промежуток времени, за который стрелка не успевает отклониться, получим, что $\dot{\varphi}_0$ пропорциональна прошедшему через рамку заряду:

$$\dot{\varphi}_0 = K Q \quad (27)$$

Из выражений 23, 25 и 26 видно, что максимальный угол отклонения тоже пропорционален Q . Отношение прошедшего заряда к углу максимального отклонения называется баллистической постоянной гальванометра:

$$C_Q = \frac{Q}{\varphi_{max}}$$

Из выражений и графика также видно, что величина C_Q зависит от γ , то есть, от полного сопротивления цепи. Зависимость $\frac{\omega_0 \varphi_{max}}{\dot{\varphi}_0} \left(\frac{\gamma}{\omega_0} \right)$ представлена на графике:

В частности, из графика или расчетов, можно получить, что при $\gamma = 0$

$$C_{Q_{св}} = \frac{\dot{\varphi}_0}{K \varphi_{max}} = \frac{\omega_0}{K}$$

При критическом затухании ($\gamma = \omega_0$)

$$C_{Q_{кр}} = \frac{\dot{\varphi}_0}{K \varphi_{max}} = \frac{\omega_0 e}{K}$$

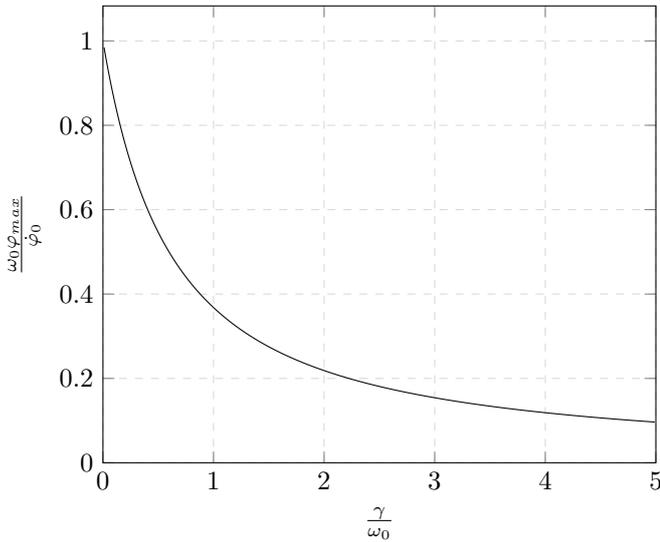


Рис. 1. Зависимость максимального отклонения стрелки от $\frac{\gamma}{\omega_0}$ при одинаковых φ_0 .

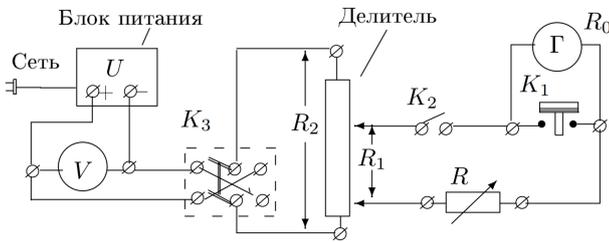


Рис. 2. Схема установки для исследования гальванометра в статическом режиме

III. Методика измерений

А. Определение динамической постоянной

Для исследования гальванометра в баллистическом режиме будем использовать установку, изображенную на рис. 2. Делитель напряжения позволяет менять напряжение, подаваемое на гальванометр, ключ К3 позволяет менять направление тока, ключ К2 нужен для включения гальванометра, кнопка К1 - для его успокоения.

При малых R_1 сила тока, протекающего через гальванометр, находится по формуле

$$I = U_0 \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{R + R_0} \quad (28)$$

Угол отклонения рамки измеряется с помощью осветителя, зеркальца, закрепленного на оси рамки, и экрана, на который падает луч света. Координата светового пятна задается формулой

$$x = a \tan(2\varphi) \quad (29)$$

При малых углах φ динамическая постоянная находится по формуле

$$C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{2aI}{x} \quad (30)$$

План работы:

- 1) Подготовим приборы к работе
- 2) Снимем зависимость положения светового пятна x от сопротивления R при постоянных R_1 и U .
- 3) Рассчитаем токи $I(x)$ и построим график. По углу наклона графика найдем C_I .

В. Определение критического сопротивления гальванометра в стационарном режиме

Будем работать с той же установкой, что и в предыдущем пункте (рис. 2). Каждый раз будем подбирать такое значение U , при котором делитель отклоняется на всю шкалу для повышения точности измерений.

При увеличении R γ уменьшается. Поэтому для достаточно больших R движение будет являться затухающими колебаниями. Скорость затухания колебаний можно описать декрементом затухания Δ , равным

$$\Delta = \frac{\varphi_n}{\varphi_{n+1}} = e^{\frac{2\pi\gamma}{\omega_0^2 - \gamma^2}} \quad (31)$$

Здесь φ_n - максимальное отклонение рамки в n -м максимуме с какой-то одной стороны.

Удобнее описывать скорость затухания логарифмическим декрементом затухания Θ , равным

$$\Theta = \ln \Delta = \frac{2\pi\gamma}{\omega_0^2 - \gamma^2} = \frac{2\pi R_3}{\sqrt{(R_0 + R)^2 - (R_0 + R_{кр})^2}} \quad (32)$$

План работы:

- 1) Пронаблюдаем свободные колебания стрелки при разомкнутом ключе К2 и найдем период свободных колебаний T_0 . Измерим отклонения пятна для нескольких последовательных односторонних максимумов для определения логарифмического декремента затухания разомкнутого гальванометра.
- 2) Замкнем ключ К2 и подберем наибольшее значение R , при котором движение рамки не колебательное. Это сопротивление близко к критическому сопротивлению $R_{кр}$.
- 3) Для R от $3R_{кр}$ до $10R_{кр}$ будем измерять отклонения пятна для двух последовательных односторонних максимумов.
- 4) Рассчитаем логарифмический декремент затухания для каждого значения R . По графику определим критическое сопротивление гальванометра.

С. Определение баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме

Будем пользоваться установкой, изображенной на рис. 3.

До нажатия на кнопку ключ K_2 замкнут, а ключи K_3 и K_4 разомкнуты. Конденсатор заряжается до напряжения $\frac{R_1}{R_2}U_0$. Заряд на нем при этом равен $q = \frac{R_1}{R_2}U_0C$. При нажатии на кнопку сначала размыкается ключ K_2 , затем замыкается K_3 , и через некоторое время K_4 .

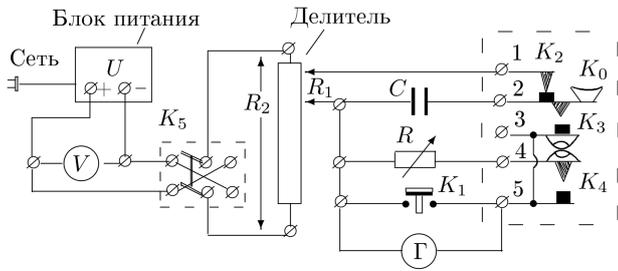


Рис. 3. Схема установки для исследования гальванометра в баллистическом режиме

За это время весь заряд конденсатора успевает пройти через гальванометр, и рамка получает начальную угловую скорость φ_0 . При замыкании K_4 гальванометр замыкается на сопротивление R . При этом максимальное отклонение рамки ("отброс") в зависимости от q характеризуется баллистической постоянной гальванометра $C_Q(R) = \frac{q}{\varphi_{max}}$.

План работы:

- 1) Подготовим установку к работе. Установим сопротивление $R = 50$ кОм.
- 2) При отсоединенном R установим положение делителя так, чтобы при максимальном отклонении пятно почти достигало края шкалы. Больше не будем менять положение делителя. Подсоединим R обратно.
- 3) Снимем зависимость максимального отклонения от величины R . Для этого будем увеличивать R , пока максимальное отклонение не уменьшится до 0,25 от максимальной величины.
- 4) Запишем положение делителя R_1/R_2 и значение емкости C .
- 5) По графику определим критическое сопротивление гальванометра. Рассчитаем баллистическую постоянную в критическом режиме.

IV. Результаты эксперимента

А. Определение динамической постоянной

Параметры установки следующие: $R_0 = 280$ Ом, $R_2 = 10$ кОм, $2a = 2,2$ м, $R_1/R_2 = 1/2000$, $U_0 = (1,36 \pm 0,03)$ В.

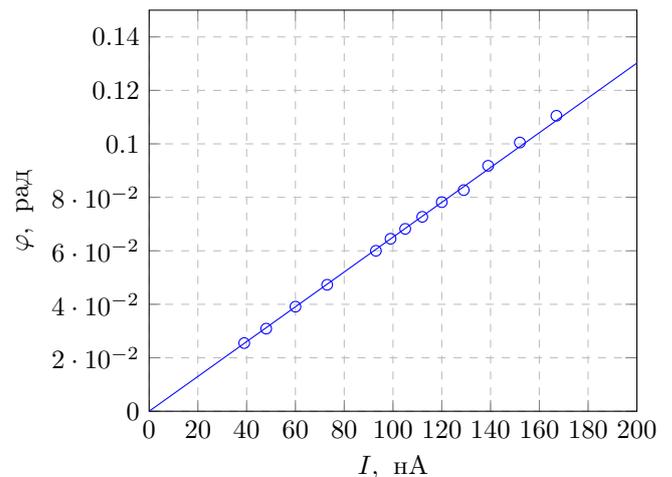
Зависимость положения светового пятна от сопротивления R приведена в таблице I.

Также изобразим эту зависимость на графике.

Таблица I
Зависимость $x(R)$

R , Ом	I , мкА	x , см	C_I , мкА
3800	0,167	24,3	1,509
4200	0,152	22,1	1,511
4600	0,139	20,2	1,518
5000	0,129	18,2	1,557
5400	0,120	17,2	1,531
5800	0,112	16,0	1,538
6200	0,105	15,0	1,539
6600	0,099	14,2	1,531
7000	0,093	13,2	1,557
9000	0,073	10,4	1,550
11000	0,060	8,6	1,542
14000	0,048	6,8	1,541
17000	0,039	5,6	1,546

Зависимость $\varphi(I)$



После усреднения значений C_I получим

$$C_I = (1,536 \pm 0,010) \text{ мкА} \quad (33)$$

По линейности графика и по малой относительной погрешности C_I можно сделать вывод о высокой линейности шкалы гальванометра.

В. Определение критического сопротивления гальванометра, работающего в стационарном режиме

Период свободных колебаний найдем путем измерения времени, за которое пятно совершает n колебаний.

$$n = 5$$

$$T_n = (37,2 \pm 0,2) \text{ с}$$

$$T_{св} = (7,43 \pm 0,04) \text{ с}$$

Для нескольких последовательных прохождений односторонних максимумов световым пятном измерим его максимальные отклонения. Результаты измерений приведены в таблице II.

Усреднением Δ получим декремент затухания и логарифмический декремент затухания для свободных колебаний

$$\Delta_{св} = 1,097 \pm 0,008$$

$$\Theta_{св} = \ln(\Delta_{св}) = 0,093 \pm 0,007$$

Таблица II
Зависимость $a_n(n)$

n	$a_n, \text{см}$	$\Delta = a_n/a_{n+1}$
1	16,4	1,086092715
2	15,1	1,094202899
3	13,8	1,112903226
4	12,4	1,087719298
5	11,4	1,096153846
6	10,4	1,106382979
7	9,4	1,068181818
8	8,8	1,113924051
9	7,9	1,097222222
10	7,2	1,107692308
11	6,5	

Приблизительное значение критического сопротивления равно

$$R_{\text{кр}} \approx 1800$$

Результаты измерений зависимости логарифмического декремента затухания Θ от сопротивления R приведены в таблице III.

Таблица III
Зависимость $\Theta(R)$

$R, \text{Ом}$	$a_1, \text{см}$	$a_2, \text{см}$	Θ
5400	17,3	2,0	2,158
6400	14,6	2,3	1,848
7400	23,7	4,3	1,707
8400	20,9	5,0	1,430
9400	18,6	5,3	1,255
10400	16,8	5,4	1,135
11400	15,4	5,4	1,048
13400	13,0	5,3	0,897
15400	22,1	9,9	0,803
18000	18,8	9,4	0,693

Рассчитаем $R_{\text{кр}}$ по следующей формуле:

$$R_{\text{кр}} = \frac{R_0 + R}{2\pi \sqrt{\frac{1}{\Theta^2} + \frac{1}{4\pi^2}}} - R_0$$

Результаты расчета приведены в таблице IV.

Таблица IV
Результаты измерений $R_{\text{кр}}$

$R, \text{Ом}$	$R_{\text{кр}}, \text{Ом}$
5400	1565
6400	1605
7400	1733
8400	1647
9400	1617
10400	1619
11400	1642
13400	1654
15400	1708
18000	1725

В результате усреднения получим

$$R_{\text{кр}} = (1650 \pm 40) \text{ Ом}$$

С. Определение баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме

Параметры установки: $C = 2 \text{ мкФ}$, $R_1/R_2 = 1/15$.

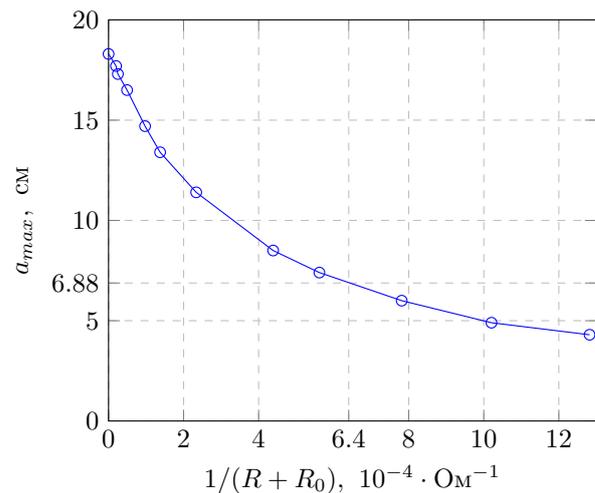
Зависимость a_{max} от R приведена в таблице V. $\Delta_a = 0,2 \text{ см}$.

Таблица V
Зависимость $a_{\text{max}}(R)$

$R, \text{Ом}$	$a_{\text{max}}, \text{см}$	$\frac{1}{R+R_0}, 10^{-4} \text{ Ом}^{-1}$
∞	18,3	0
50000	17,7	0,19
40000	17,3	0,24
20000	16,5	0,49
10000	14,7	0,97
7000	13,4	1,37
4000	11,4	2,33
2000	8,5	4,38
1500	7,4	5,61
1000	6,0	7,81
700	4,9	10,20
500	4,3	12,82

Построим эту зависимость в координатах $(1/(R + R_0), l_{\text{max}})$.

Зависимость $1/(R + R_0)(a_{\text{max}})$



При критическом сопротивлении максимальный отброс в e раз меньше, чем при отсутствии затухания. Отброс при отсутствии затухания равен

$$l_0 = l_{\text{св}} e^{\Theta_{\text{св}}/4} = (18,7 \pm 0,2) \text{ см}$$

Тогда ожидаемый отброс при критическом сопротивлении

$$l_{\text{крит}} = \frac{a_0}{e} = (6,88 \pm 0,07) \text{ см}$$

Из пересечения прямой $l_{\text{max}} = 6,88 \text{ см}$ с графиком находим

$$\frac{1}{R_0 + R_{\text{кр}}} = 6,4 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}$$

$$\Delta \frac{1}{R_0 + R_{\text{кр}}} = \Delta a_{\text{крит}} \frac{dx}{dy} = 0,11 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}$$

$$R_{\text{кр}} = (1280 \pm 20) \text{ Ом}$$

Баллистическая постоянная гальванометра в критическом режиме равна

$$C_{Q \text{ кр}} = \frac{q}{\varphi_{\text{max кр}}} = 2a \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0 C}{l_{\text{max кр}}} = (5,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

Время релаксации гальванометра

$$t = R_0 C = 0,00056 \text{ с} \ll T_{\text{св}}$$

V. Вывод

Баллистический гальванометр можно использовать как для измерения малых постоянных токов, так и для измерения проходящего через него за короткое время электрического заряда. В режиме измерения тока гальванометр характеризуется динамической постоянной, равной для исследуемого образца $C_I = (1,536 \pm 0,010)$ мкА. В режиме измерения заряда гальванометр характеризуется баллистической постоянной. Баллистическая постоянная не является внутренней характеристикой гальванометра, так как зависит от остальной цепи. При критическом сопротивлении цепи найдено значение баллистической постоянной $C_{Q \text{ кр}} = (5,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-6}$ Кл. Другая важная характеристика гальванометра - критическое сопротивление. В стационарном режиме было найдено значение $R_{\text{крит стац}} = (1650 \pm 40)$ Ом, в баллистическом режиме - $R_{\text{крит балл}} = (1280 \pm 20)$ Ом.